**Микроэконометрика**

**Семинар №1**

**Метод максимального правдоподобия и численные методы оптимизации**

**Задание №1**

Решите следующую задачу на нормальное распределение.

1. Симулируйте выборку  объема  из нормального распределения с математическим ожиданием  и дисперсией .

2. Выпишите логарифм функции правдоподобия. Запрограммируйте его как функцию от параметров распределения и реализации выборки.

3. Оцените параметры  и  при помощи метода максимального правдоподобия

3.1. аналитически: используя FOC и SOC;

3.2. используя численные методы оптимизации.

3.3. Сравните полученные обоими способами результаты.

4. Найдите реализацию оценки ковариационной матрицы оценок параметров распределения используя

4.1. оценку информации Фишера;

4.2. Гессиан в точке реализации вектора ММП оценок.

4.3. Найдите реализацию истинной ковариационной матрицы оценок, используя истинные значения оцениваемых параметров.

4.4. Сравните полученные обоими способами реализации оценки ковариационной матрицы оценок между собой и с реализацией истинной ковариационной матрицы оценок.

5. Проверьте гипотезу о том, что  на уровне значимости  и вычислите соответствующий p-value, используя реализацию оценки ковариационной матрицы,

5.1. полученную в 4.1;

5.2. полученную в 4.2;

5.3. Сравните полученные результаты.

6. С помощью дельта метода проверьте гипотезу о том, что  на уровне значимости  и вычислите соответствующий p-value, используя реализацию оценки ковариационной матрицы

6.1. полученную в 4.1;

6.2. полученную в 4.2.

6.3. Сравните полученные результаты.

**Задание №2**

Рассмотрим следующую нелинейную модель, со случайной ошибкой, имеющей распределение Стьюдента с десятью степенями свободы:



, i.i.d., df=10



, , 

В качестве оцениваемых параметров модели выступают , ,  и df.

1. Симулируйте  и  из модуля двумерного нормального распределения с единичными дисперсия и корреляцией , а также нулевым вектором математических ожиданий.

2. Выпишите и запрограммируйте логарифм функции правдоподобия.

3. Оцените параметры , ,  и df используя метод максимального правдоподобия и численные методы оптимизации.

4. Найдите оценку ковариационной матрицы оценок параметров модели используя Гессиан в точке реализации вектора ММП оценок.

5. Найдите p-value теста, нулевая гипотеза которого заключается в том, что

5.1. 

5.2. 

6. Найдите предельный эффект переменной  при , его ММП оценку, а также её реализацию. Протестируйте гипотезу о равенстве этого предельного эффекта нулю.

**Задание №3**

Сами придумайте интересную модель, указав оцениваемые параметры, зависимую переменную, независимые переменные и распределение стохастических компонент (случайных ошибок).

1. Выпишите функцию правдоподобия и запрограммируйте её.

2. Симулируйте данные в соответствии с предложенным вами процессом генерации данных.

3. Оцените параметры вашей модели при помощи численного метода. Убедитесь, что, при большом числе наблюдений, оценки параметров оказываются достаточно близки к истинным значениям оцениваемых параметров. Если этого не происходит, то скорее всего оцениваемая вами функция правдоподобия чрезвычайно сложна и имеет много локальных максимумов. В таком случае попытайтесь упростить модель или удачно подобрать начальную точку.

4. Найдите оценку ковариационной матрицы оценок параметров модели используя Гессиан в точке реализации вектора ММП оценок.

5. Придумайте и проверьте несколько гипотез по поводу ваших параметров и предельных эффектов независимых переменных.